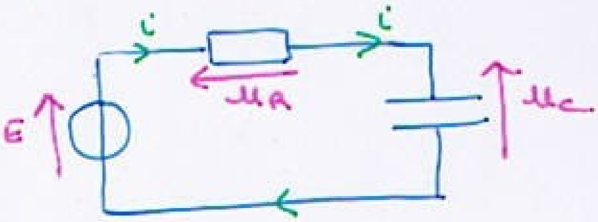
Pondichéry 2007. Etude d'un super condensateur

I. Charge du condensateur



1) $u_R + u_C = E$.
Or R et C sont en série, donc traversés par le même courant.
$u_R = +Ri = +R \times C\frac{du_C}{dt}$

$\Rightarrow RC\left(\frac{du_C}{dt}\right) + u_C = E$ ①

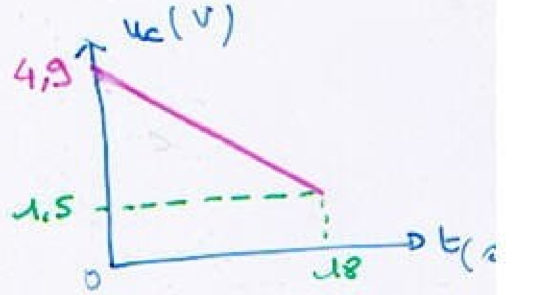
2) • $u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$ $\Rightarrow$ $\boxed{\left(\frac{du_C}{dt}\right) = E\left(\frac{1}{\tau}\right)e^{-t/\tau}}$

$\Rightarrow$ ① devient : $RC \times \frac{E}{\tau} e^{-t/\tau} + E - E\, e^{-t/\tau}$.
on pose $\tau = RC$ $\Rightarrow$ ① $\Rightarrow$ $E\, e^{-t/\tau} + E - E\, e^{-t/\tau} = E$ L'équation différentielle est vérifiée

• à $t=0$ $u_C(0) = E(1-1) = 0$.

3. • asymptote $u_C \to 5V$.
• 63% × 5 = 3,15 V — par lecture graphique. $\tau = 12s = RC$.
$C = \frac{12}{R} = \frac{12}{10} = 1,2F$ même ordre de grandeur que la valeur indiquée

II Restitution de l'énergie.



a) $u_C = f(t)$ est une droite
$u_C = at + b$.
• à $t=0$ $u_C = b = 4,9V$
• $a = \frac{u_C(18) - u_C(0)}{18 - 0} = \frac{1,5 - 4,9}{18} = -0,19\ V/s$.

b. • $q(t) = C\, u_C(t) = 1 \times (-0,19t + 4,9) = -0,19t + 4,9$
• $i = \left(\frac{dq}{dt}\right) = -0,19\ A$ l'intensité est constante
$i < 0$ donc le courant circule réellement dans le sens inverse du sens positif choisi.

c • $\mathcal{E}(0) = \frac{1}{2} C u_C^2(0) = \frac{1}{2} \times 1 \times 4,9^2 = 12,0$
• $\mathcal{E}(18) = \frac{1}{2} C u_C^2(18) = \frac{1}{2} \times 1 \times 1,5^2 = 1,12 J$
• $|\Delta\mathcal{E}| = |\mathcal{E}(18) - \mathcal{E}(0)| = |1,12 - 12,0| = +10,8 J$

• énergie mécanique :
$\Delta E_m = \Delta E_p = mgh = 0,1 \times 9,8 \times 3,10 = 3J$.

• rendement : $\eta = \frac{3}{10,8} = 28\%$