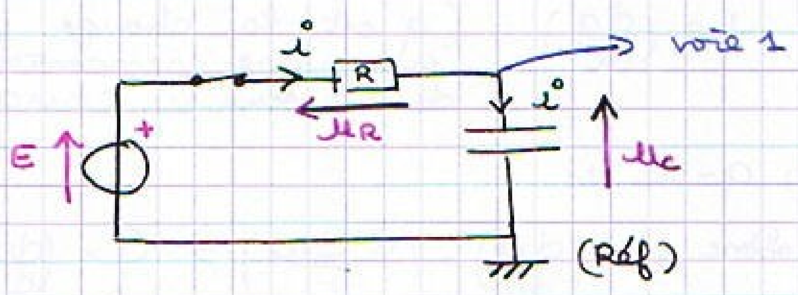
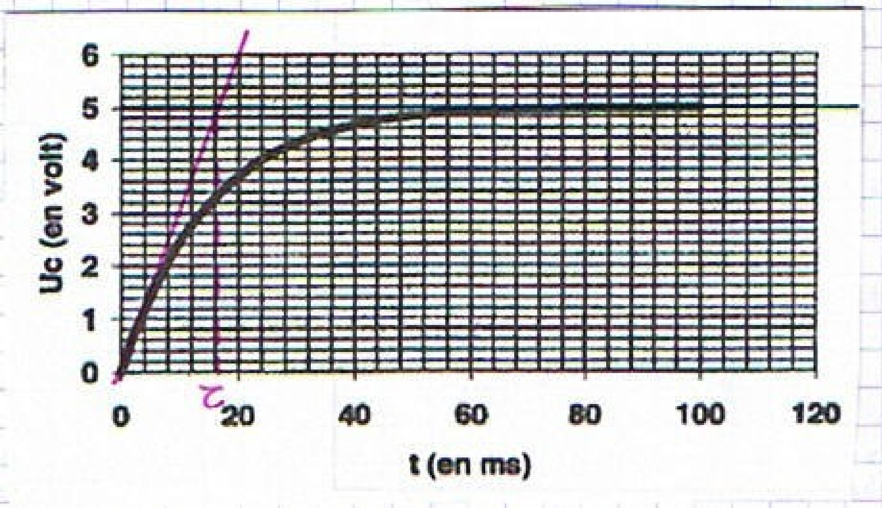
Mesure de la valeur de la capacité d'un condensateur

1 Montage.



2 Constante de temps.



1) La constante de temps permet d'avoir un ordre de grandeur de la durée nécessaire pour charger le condensateur (5τ)

Ordre de grandeur de τ : on trace l'asymptote ($u = 5V$). L'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote a pour abscisse : $t = \tau$.
$\tau \simeq 16$ ms.

2 $\tau = RC$

3 $[R \times C] = ?$

- $u = R i \Rightarrow [R] = \frac{[U]}{[I]}$
- $i = C\left(\frac{du}{dt}\right) \Rightarrow [C] = \frac{[I] \times [T]}{[U]}$

$\Rightarrow [R \times C] = \frac{\cancel{[U]}}{\cancel{[I]}} \times \frac{\cancel{[I]} \times [T]}{\cancel{[U]}} = [T]$.

Donc RC est bien homogène à un temps et s'exprime en s.

3 Equation différentielle

1) Les dipôles sont montés en série
$\Rightarrow u_c + u_R = E$ (1)

2) $u_R = + R\,i$ (loi d'Ohm pour la résistance)

3) $i = \left(\frac{dq}{dt}\right)$ (q est la charge portée par la 1ère armature rencontrée qd on se déplace dans le sens du courant; ici : $q = q_B$)

4) $q = C\,u_C$

Donc $i = \left(\frac{dq}{dt}\right) = \left(\frac{d\,Cu_C}{dt}\right) = C \times \left(\frac{du_C}{dt}\right)$

5) Donc $u_R = Ri = RC\left(\frac{du_C}{dt}\right)$

on reporte ds l'équation 1 : $u_C + RC\,\frac{du_C}{dt} = E$

ou, comme $\tau = RC$:

$\boxed{\tau\left(\frac{du_C}{dt}\right) + u_C = E}$ (2) $\tau\left(\frac{du_C}{dt}\right) + u_C = E$

4. Propriétés de la fonction $u_C(t)$.

1) • on donne $u_C(t) = E\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$.

pour $t=0$ $u_C(0) = E\left[1 - e^{0}\right] = E\,(1-1) = 0\ V$

A $t=0$, le condensateur est déchargé ($u_C = 0$) – cela est bien vérifié par la fonction que l'on nous donne.

• dérivée : $\left(\frac{du_C}{dt}\right) = E\left[0 - \left(-\frac{1}{\tau}\right)e^{-t/\tau}\right] = \frac{E}{\tau}\ e^{-t/\tau}$

on reporte $\left(\frac{du_C}{dt}\right)$ et u_C dans l'équation différentielle :

$\tau \times \frac{E}{\tau}\,e^{-t/\tau} + E\left[1 - e^{-t/\tau}\right] = E$

$\Rightarrow \cancel{E\,e^{-t/\tau}} + \cancel{E} - \cancel{E\,e^{-t/\tau}} = \cancel{E}$

Donc la fonction $u_C(t) = E\left[1 - e^{-t/\tau}\right)$ est bien solution de l'équation différentielle.

2) $\frac{u_C(\tau)}{E} = \left[1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}\right] = \left[1 - e^{-1}\right] = 0{,}63.$

$\Rightarrow u_C(\tau) = 0{,}63 \times E$

3) ici : $E = 5V$ $\Rightarrow u_C(\tau) = 0{,}63 \times 5 = \underline{3{,}2\ V}$

sur la courbe, on trouve $u_C = 3{,}2V$ pour $\underline{t = 15\,ms = \tau}$

(rmq : cette valeur est proche de celle trouvée graphiquement à la question 2.1)

– $\tau = RC$

$\Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{15 \times 10^{-3}}{150} = 1{,}0.10^{-4}\ F = \underline{0{,}1\ mF}$